

N° d'enregistrement

au C. N. R. S. :

A. O. 5193

ARTICLE PRINCIPAL

Recouvrant en partie

LA THÈSE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

par

M. NGUYEN TRIEU DONG

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

---

Sujet de la Thèse : « Contribution au Calcul de la  
Résistance de Vagues théorique », soutenue le  
21 Décembre 1970, devant la Commission d'examen :

|              |               |
|--------------|---------------|
| MM. MALAVARD | Président     |
| SIESTRUNCK   | Examineur     |
| BRARD        | Examineur     |
| LUU          | Membre invité |



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41551512\\_0040](https://archive.org/details/IA41551512_0040)

N° d'enregistrement

au C. N. R. S. :

A. O. 5193

ARTICLE PRINCIPAL

Recouvrant en partie

LA THÈSE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

par

M. NGUYEN TRIEU DONG

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

---

Sujet de la Thèse : « Contribution au Calcul de la

Résistance de Vagues théorique », soutenue le

21 Décembre 1970, devant la Commission d'examen :

MM. MALAVARD

SIESTRUNCK

BRARD

LUU

Président

Examineur

Examineur

Membre invité



# Contribution au Calcul de la Résistance de Vagues Théorique

par Nguyen Trieu Dong\*)

## Abstract

This paper deals with the irrotational flow of an uniform stream, bounded by a free surface, of inviscid and incompressible fluid about a body by the analytical theory of Kelvin sources and doublets, and shows how one can use computer and rheoelectrical analogy to solve numerically the problem.

First, we give a numerical determination on computer of the flow about a Kelvin point source, with the form of the free surface calculated in a particular case. Then we examine the problem of kinematic equivalence between a body and a distribution of sources and (or) doublets: for three-dimensional flow, the boundary condition on the free surface being linearized, we consider separately the case of a fully submerged body and that of a partially submerged body. In the first case we show, using Green's formula, that the potential of the disturbance velocity can be generated by a surface distribution, on the body's surface, of sources only (or of normal doublets only). In the second case, it is shown that the potential can be generated by a surface distribution of sources (or of normal doublets) on the hull's wetted surface, a surface distribution of doublets on the plane of floatation, and a line distribution of sources and longitudinal doublets on the waterline.

For two-dimensional flow without circulation, the contour being fully submerged and the boundary condition on the free surface linearized, we show, using Riemann's formula, that the disturbance velocity can be generated by a line distribution of sources on the contour.

When the body (contour) is completely submerged, we choose to replace the body (contour) by a surface (line) distribution of sources. This source distribution is determined by an iterative method combining rheoelectrical analogy and calculation on computer. An application of the method to two-dimensional flow about a circular cylinder is then presented.

When the body is floating, we give only an approximate solution of the flow about a thin, or slender, hull: the hull is replaced by a source distribution, on the wetted surface, of density  $\sigma_1(S)$  such as  $4\pi\sigma_1(S) = -\vec{V}_0 \cdot \vec{n}(S)$ ,  $\vec{V}_0$  being the onset flow. This solution is applied to a symmetric mathematical hull, the surface of which is approximated by 480 surface elements. For a given Froude number, we determine at every center of the surface elements the height of the equal pressure surface and the streamline direction. The wave resistance given by integration of the linearized pressures on the wetted surface. This resistance is compared with the resistance given by Michell's integral and with the experimental residual resistance.

## 1 — Introduction

Cet article traite de l'écoulement irrotationnel d'un courant uniforme, limité par une surface libre, de fluide non-visqueux et incompressible autour d'un corps par la théorie analytique des «sources et doublets en présence d'une surface libre», et montre le parti qu'on peut tirer du calcul sur ordinateur et de l'analogie rhéoelectrique pour déterminer numériquement l'écoulement.

Depuis que les écoulements autour des singularités mathématiques isolées, comme celui autour d'une pression ponctuelle sur la surface libre, ou encore celui autour d'une source ponctuelle immergée (ou d'un doublet ponctuel immergé), ont été étudiés (Lord Kelvin [1], Havelock [2]), diverses théories se ramènent à l'étude des écoulements autour des distributions de singularités: par exemple la répartition continue de sources placées dans le plan de dérive d'une carène mince et devant remplacer approximativement la carène (Havelock et Wigley [3]), ou une répartition continue de sources placées dans un rectangle longitudinal et un doublet placé à l'avant du rectangle, l'ensemble devant montrer l'intérêt d'une carène avec bulbe à l'étrave (Inui [4]), ou encore des combinaisons de distributions linéaires de sources et de doublets devant engendrer des formes «sans résistance de vagues» (Yim [5]).

Dans les théories ci-dessus, on se contentait d'une équivalence cinématique approchée entre l'écoulement autour du corps et celui autour de la distribution de singularités: on partait soit d'une forme puis détermina approximativement la distribution équivalente [3], soit d'une distribution puis, par les lignes de courant, on traça approximativement la forme équivalente [4]. Il nous paraît important dès lors, avant toute simplification, de rechercher les distributions de singularités qui produisent le même champ de dérangement que le corps. Quand le corps est complètement immergé, Katchin [6] a montré, au moyen d'équations intégrales, que de telles distributions existent. Nous verrons, au moyen de la formule de Green, que de telles distributions existent, aussi bien dans le cas du corps complètement immergé que dans celui du corps flottant.

Pour déterminer numériquement les écoulements autour des distributions de singularités, il est nécessaire de déterminer d'abord l'écoulement autour d'une source ponctuelle immergée. La vitesse et le potentiel du dernier écoulement, écoulement résultant de la superposition d'une double infinité de vagues planes de toutes longueurs d'onde, se propageant dans toutes les directions de la surface libre à partir d'un foyer, s'expriment sous forme d'intégrales doubles de Fourier. Le calcul de ces intégrales est fastidieux et n'a été effectué que rarement, sauf pour les points situés dans le plan de symétrie de l'écoulement (Wigley [3], le National Physical Laboratory [7], l'Admiralty Research Laboratory [8], Gadd [9]).

Actuellement, le calcul sur ordinateur permet de surmonter cette difficulté d'application numérique: ainsi nous avons pu facilement calculer l'écoulement autour d'une source ponctuelle.

\*) Docteur-Ingénieur, Bassin d'Essais des Carènes de la Marine Paris — France.

D'autre part, les écoulements considérés ici étant laplaciens, il est possible d'employer l'analogie rhéoelectrique pour les représenter [10]. En respectant l'analogie des conditions aux limites, il suffit d'observer le potentiel électrique du milieu conducteur pour en déduire le potentiel hydrodynamique. L'analogie rhéoelectrique permet ainsi de visualiser le phénomène. En plus, la simulation des sources et doublets est simple: ils sont représentés par des électrodes. Ces propriétés nous ont conduit à utiliser l'analogie pour rechercher la solution de nos mouvements.

## 2 — Position du Problème et Equations Fondamentales

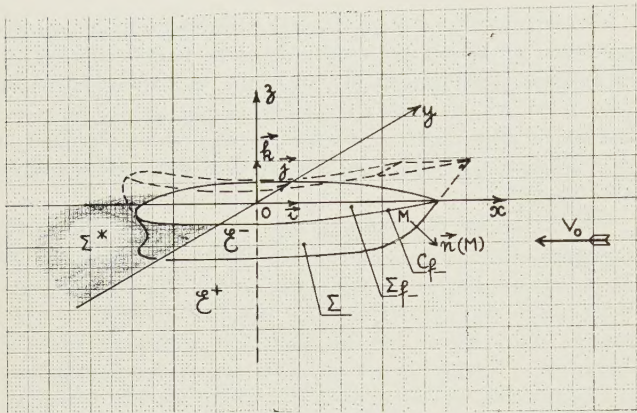


Fig. 1

Soit un corps fixé dans un courant uniforme  $V_0$  de fluide non-visqueux et incompressible. Le fluide de masse spécifique  $\rho$  est limité seulement par une surface libre horizontale. La présence du corps crée à la surface du courant des vagues qui, par hypothèse, sont de faible amplitude. Soit Oxyz un repère lié au corps, Oxy étant le plan de la surface libre non perturbée et Oz verticale ascendante. Soient  $i, j, k$  les vecteurs unitaires portés par les axes Ox, Oy et Oz. Le courant vient de  $x = +\infty$ . Soient  $\Sigma$  la surface mouillée du corps,  $\Sigma^*$  la région mouillée du plan  $z = 0$  et, si le corps est flottant,  $\Sigma_f$  le plan de la flottaison,  $C_f$  le contour plan de la flottaison.  $\Sigma$  (et  $\Sigma_f$ , si le corps est flottant) délimite (nt) le domaine intérieur  $\mathcal{C}^-$ . Soit  $\mathcal{C}^+$  le domaine fluide. On suppose l'absence de tourbillons; par conséquent, le mouvement peut être décrit par un potentiel des vitesses  $\Phi(x, y, z)$ . Le vecteur vitesse a pour composantes:

$$(1) \quad \vec{V}(x, y, z) = \vec{i} \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, y, z) + \vec{j} \frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, y, z) + \vec{k} \frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, y, z)$$

Dans  $\Phi$ , on distingue une part provenant du courant d'attaque et une part provenant de la présence perturbatrice du corps. Soit  $\Phi_d(x, y, z)$  le potentiel des vitesses de dérangement. On a:

$$(2) \quad \Phi_d(x, y, z) = V_0 x + \Phi(x, y, z)$$

La condition de continuité à l'intérieur d'un fluide incompressible donne:

$$(3) \quad \Delta \Phi_d = 0 \quad \text{dans } \mathcal{C}^+$$

Aux frontières du domaine fluide,  $\Phi_d$  doit satisfaire à:

- la condition de glissement sur  $\Sigma$ :

$$(4) \quad \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_M} = V_0 \cos(\vec{i}, \vec{n}_M) \quad \text{sur } \Sigma.$$

— la condition de Poisson sur  $\Sigma^*$ :

$n_M = n(M)$  étant la normale à  $\Sigma$  en M, dirigée vers  $\mathcal{C}^+$ .

$$(5) \quad \frac{\partial^2 \Phi_d}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial \Phi_d}{\partial z} = 0 \quad \text{sur } \Sigma^*$$

avec  $K_0 = g/V_0^2$ ,  $g$  étant l'accélération de la pesanteur.

— la condition que la vitesse de dérangement reste finie loin de la perturbation. A l'infini amont ou à grande profondeur, cette vitesse doit s'annuler:

$$(6) \quad x \rightarrow +\infty \text{ ou } z \rightarrow -\infty, \quad \vec{\text{grad}}(\Phi_d) \rightarrow 0$$

En un point M de  $\mathcal{C}^+$ , la pression  $p(M)$  est donnée par formule de Bernoulli:

$$p(M) + \frac{\rho}{2} [\vec{V}(M)]^2 + \rho g z(M) = C^{\text{ste}}$$

$z(M)$  étant l'immersion de M.

Dans l'hypothèse de faibles perturbations, en négligeant devant l'unité le carré du quotient de la vitesse de dérangement par  $V_0$ , on a:

$$(7) \quad p(M) - \rho V_0 \frac{\partial \Phi_d}{\partial x}(M) + \rho g z(M) = p_0$$

$p_0$  étant la pression absolue à la surface libre.

Lorsque la pression est donnée par (7), la hauteur  $\zeta_h(N)$  au point N du plan  $z = -h$ , de la surface isobare de pression relative  $h$  est égale à:

$$(8) \quad \zeta_h(N) = \frac{V_0}{g} \frac{\partial \Phi_d}{\partial x}(N)$$

La résistance de vagues  $X$  est obtenue par considération des pressions «linéarisées» s'exerçant sur les éléments de surface

$$(9) \quad X = \rho V_0 \iint_{\Sigma} \frac{\partial \Phi_d}{\partial x}(M) \cos(\vec{i}, \vec{n}_M) d\Sigma(M)$$

## 3 — Ecoulement Autour d'une Source Ponctuelle Immersée d'Intensité Unité

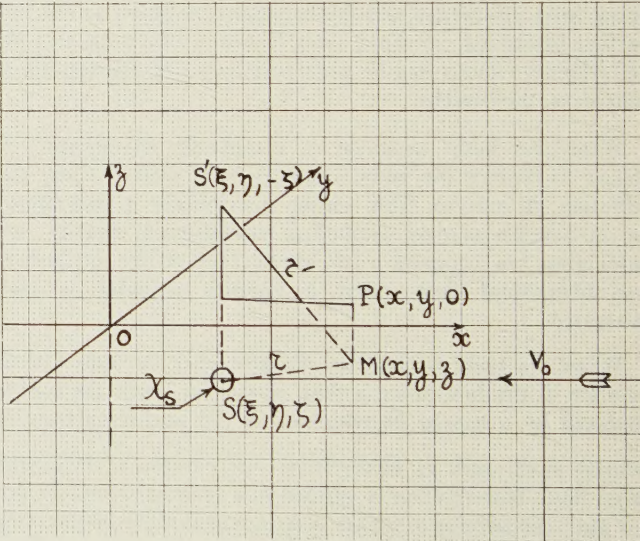


Fig. 2

Soit une source ponctuelle d'intensité unité placée au point  $S(\xi, \eta, \zeta < 0)$  dans un courant uniforme  $V_0$ . En  $M(x, y, z)$ , l'écoulement de dérangement a pour potentiel  $\varphi_{d1}(S, M)$  Havelock, en supposant que le fluide possède au départ une certaine viscosité, a donné l'expression suivante pour ce potentiel:

$$(10) \quad \varphi_{d1}(S, M) = -\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\zeta'} + \frac{2K_0}{\pi} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \frac{d\mu}{\mu} \int_0^{\infty} \frac{e^{k[(z+\zeta)+i\omega]} dk}{k - K_0 \mu \cosh 2i\frac{\mu}{V_0} \cosh \theta}$$

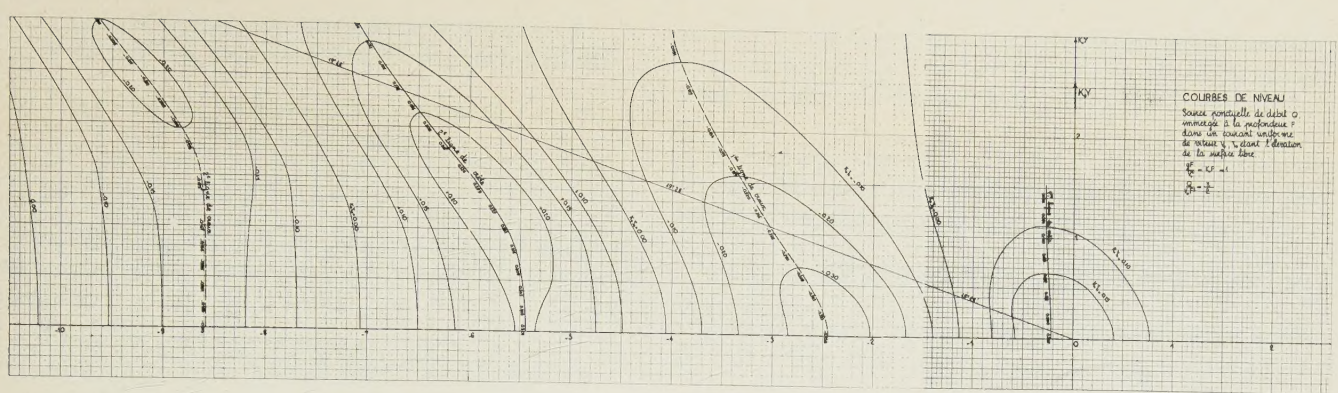


Fig. 3

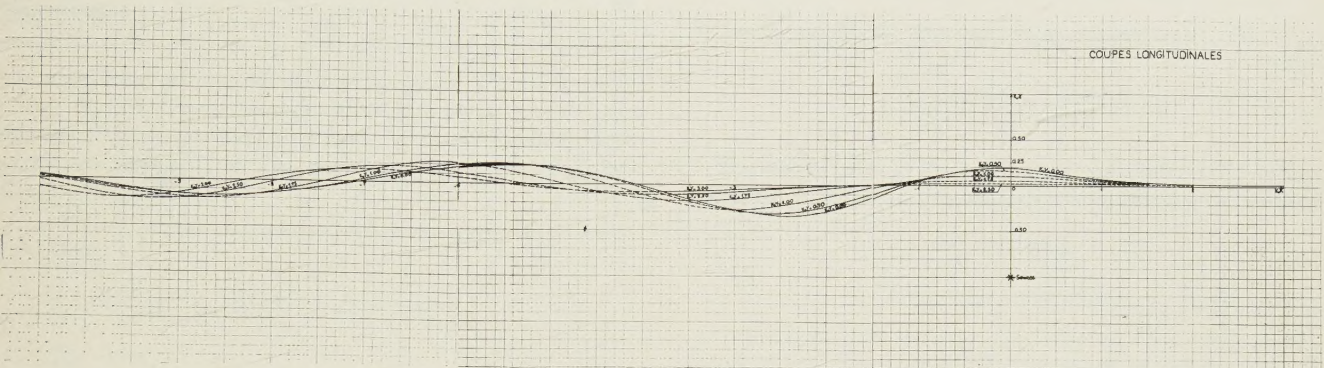


Fig. 4

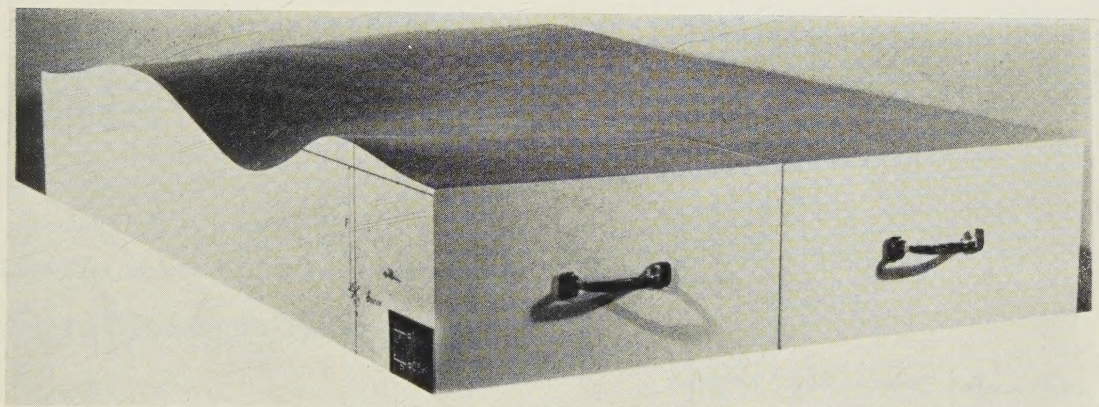


Fig. 5

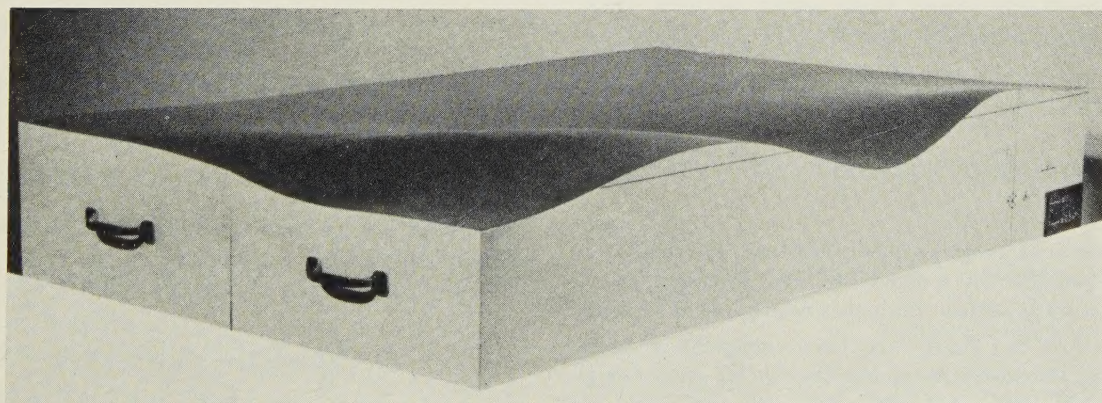


Fig. 6

Dans cette formule, on a :

$$r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{1/2}$$

$$r' = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2]^{1/2}$$

$\mu$  = coefficient caractérisant la viscosité de départ.

$$\omega = (x - \xi) \cos \Theta + (y - \eta) \sin \Theta.$$

Re = partie réelle de l'expression complexe.

Nous décomposons  $\varphi_{d1}(S, M)$  en deux parties,  $G_r(S, M)$  et  $G_w(S, M)$  :

$$(11) \quad G_r(S, M) = -\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\zeta'}$$

$$(12) \quad G_w(S, M) = \frac{2K_0}{\pi} \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \int_0^\infty \frac{e^{k[(z+\zeta)+i\omega]} dk}{k - K_0 \sec^2 \theta + i \frac{\mu}{K_0} \sec \theta}$$

$\varphi_{d1}(S, M)$ , considérée comme fonction de  $M$  en fixant  $S$ , vérifie :

$$(13) \quad \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial z^2} = 0$$

pour tout  $M$  du domaine  $[(z \leq 0) - \chi_S]$ ,  $\chi_S$  étant le domaine intérieur à une petite sphère de centre  $S$ .

$$(14) \quad \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial z} = 0$$

pour tout  $M$  du plan  $z = 0$ .

$$(15) \quad x \rightarrow +\infty \text{ ou } z \rightarrow -\infty, \operatorname{grad}_M(\varphi_{d1}) \rightarrow 0 \text{ (en } 1/r^2)$$

L'existence d'une viscosité n'est pas toujours nécessaire pour déterminer l'écoulement. Par exemple, Lunde [11], en annulant les vagues à l'infini amont, a donné pour  $G_w(S, M)$  :

$$(16) \quad G_w(S, M) = \frac{2K_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \left\{ \left( \int_0^\infty e^{k(z+\zeta)} \frac{\cos(k\omega)}{k - K_0 \sec^2 \theta} dk \right) + \pi e^{K_0(z+\zeta) \sec^2 \theta} \sin(K_0 \omega \sec^2 \theta) \right\}$$

En utilisant l'intégrale exponentielle  $E_1(Z)$ , avec  $Z = K_0(z + \zeta) \sec^2 \theta + i K_0 \omega \sec^2 \theta$  on a l'expression suivante pour  $G_w(S, M)$  :

$$(17) \quad G_w(S, M) = \frac{2K_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \left\{ \operatorname{Re} (e^Z E_1(Z)) + (1 - \operatorname{sgn}(\omega)) \pi e^{K_0(z+\zeta) \sec^2 \theta} \sin(K_0 \omega \sec^2 \theta) \right\}$$

Dans l'écoulement autour d'une source de débit  $Q(S)$ , l'élévation de la surface libre au point  $P(x, y, 0)$  est égale à :

$$(18) \quad \zeta_0(S, P) = \frac{V_0}{g} \frac{Q(S)}{4\pi} \frac{2K_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \left\{ -K_0 \sec^2 \theta \operatorname{Im} (e^Z E_1(Z)) - \frac{\omega}{\omega^2 + \zeta^2} + (1 - \operatorname{sgn}(\omega)) \pi K_0 \sec^2 \theta e^{K_0 \zeta \sec^2 \theta} \cos(K_0 \omega \sec^2 \theta) \right\}$$

Nous avons écrit un programme permettant de calculer sur ordinateur  $\zeta_0(S, P)$ . On a déterminé avec ce programme la configuration de la surface libre au voisinage de la verticale passant par  $S$ , à  $V_0 / \sqrt{g|\zeta|} = 1$ . Cette configuration est représentée par les courbes de niveau (fig. 3), les coupes longitudinales (fig. 4), et d'une maquette dont nous donnons la vue d'amont (fig. 5) et la vue d'aval (fig. 6).

## 4 — Equivalence Entre un Corps et une Distribution de Sources et (ou) de Doublets

### 4.1 — Ecoulement tridimensionnel. Cas du corps complètement immergé

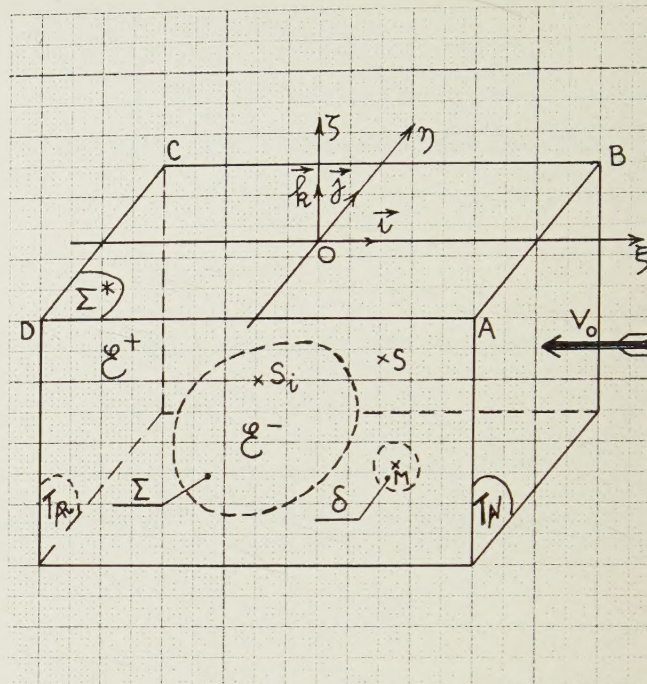


Fig. 7

Nous allons montrer que dans ce cas, le potentiel de dérangement  $\Phi_d(M)$ ,  $M(x, y, z)$ , peut être généralement engendré par une distribution superficielle sur  $\Sigma$  de source et de doublets normaux. Par source nous entendons la source avec surface libre, source dont le potentiel de dérangement  $\varphi_{d1}(S, M)$  est donné par (10).

Le potentiel de dérangement en  $M$  d'un doublet de moment unité, immergé en  $S(\xi, \eta, \zeta)$ , d'axe  $\vec{\ell}(S)$ , est défini par :

$$\frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \ell_S} = \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} \cos(\vec{\ell}_S, \vec{e}_\xi) + \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \eta} \cos(\vec{\ell}_S, \vec{e}_\eta) + \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \zeta} \cos(\vec{\ell}_S, \vec{e}_\zeta)$$

Dans la suite, nous fixons  $M$  et faisons déplacer la source  $S$ . Le système d'axes lié au corps est noté  $0\xi\eta\zeta$ . Nous supposons que  $M$  n'est ni sur  $\Sigma$ , ni sur le plan  $\zeta = 0$ . Entourons  $M$  par une sphère de centre  $M$ , de rayon  $\epsilon$ , de surface  $\delta$  délimitant le domaine intérieur  $\chi_M$ . Soit  $\mathcal{E}^+$  le domaine fluide intérieur à un cube, lequel cube contient le corps et la sphère  $\delta$ . Soient  $\Sigma^*$  la face supérieure du cube,  $T_{AV}$  et  $T_{AR}$  les faces avant et arrière du cube.

On vérifie que les conditions ci-dessous, conditions faisant intervenir les dérivées partielles de  $\varphi_{d1}(S, M) = \varphi_{d1}(\xi, \eta, \zeta, x, y, z)$  par rapport à  $\xi, \eta$  et  $\zeta$  sont satisfaites :

$$(19) \quad \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial \zeta^2} = [\Delta_S \varphi_{d1}](S, M) = 0$$

pour tout  $S$  du domaine  $[(\zeta \leq 0) - \chi_M]$ .

$$(20) \quad \frac{\partial^2 \varphi_{d1}}{\partial \xi^2} + K_0 \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \zeta} = 0$$

pour tout S du plan  $\zeta = 0$ .

$$(21) \quad \xi \rightarrow -\infty \text{ ou } \zeta \rightarrow -\infty, \overrightarrow{\text{grad}}_S(\varphi_{d1}) \rightarrow 0 \text{ (en } 1/\tau^2)$$

Dans  $\mathfrak{C}^+ - \chi_M$ , d'après (3) et (19),  $\Phi_d(S)$  et  $\varphi_{d1}(S, M)$  sont harmoniques. Appliquons à ces fonctions la formule de Green. On a :

$$0 = \iiint_{\mathfrak{C}^+ - \chi_M} \left\{ \Phi_d(S) \cdot [\Delta_S \varphi_{d1}(S, M) - \varphi_{d1}(S, M) \cdot \Delta_S \Phi_d(S)] dV(S) + \iint_{\Sigma + \delta + \text{surface du cube}} \left[ \Phi_d(S) \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial n_S}(S, M) - \varphi_{d1}(S, M) \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S) \right] d\Sigma(S) \right.$$

$\mathfrak{C}^+$  étant dirigée vers l'extérieur de  $\mathfrak{C}^+ - \chi_M$ .

L'intégration sur  $\delta$ , quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ , donne la valeur limite  $-4\pi \cdot \Phi_d(M)$ . Quand les dimensions du cube augmentent indéfiniment dans toutes les directions du domaine fluide, l'intégration sur les faces latérales et inférieure du cube donne une valeur limite nulle.

De même :

$$\iint_{T_M} \left[ \Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} - \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \right] d\eta d\zeta \rightarrow 0 \text{ car, quand } \xi \rightarrow +\infty, \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} \text{ et } \varphi_{d1}$$

restent finis, tandis que  $\Phi_d$  et  $\frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \rightarrow 0$  d'après (6).

Sur la face arrière  $T_{AR}$ , on a :

$$\iint_{T_{AR}} \left[ -\Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} + \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \right] d\eta d\zeta \rightarrow 0$$

car, quand  $\xi \rightarrow -\infty$ ,  $\partial \Phi_d / \partial \xi$  et  $\Phi_d$  restent finis, tandis que  $\varphi_{d1}$  et  $\partial \varphi_{d1} / \partial \xi \rightarrow 0$  d'après (21).

L'intégration sur la face supérieure du cube donne, en utilisant (5) et (20) :

$$\iint_{\Sigma^*} \left( \Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \zeta} - \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \zeta} \right) d\xi d\eta = \frac{1}{K_0} \oint_{ABCD} \left[ -\Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} + \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \right] d\eta$$

Pour les mêmes raisons que dans le cas des intégrales sur  $T_{AN}$  et  $T_{AR}$ , les intégrales sur les segments AB et CD tendent vers zéro quand ces segments s'éloignent à l'infini.

En dirigeant maintenant  $n(S)$  vers  $\mathfrak{C}^+$ , on a :

$$(22) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ -\Phi_d(S) \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial n_S}(S, M) + \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S) \cdot \varphi_{d1}(S, M) \right] d\Sigma(S)$$

Donc, le potentiel  $\Phi_d(M)$  peut être engendré par une distribution superficielle de sources de densité  $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S)$  et une distribution superficielle de doublets normaux de moment unitaire  $-\frac{1}{4\pi} \Phi_d(S)$ .

La formule (22) a été démontrée pour M non situé sur  $\Sigma$ , ni sur le plan  $\zeta = 0$ . Cependant lorsque M vient sur  $\zeta = 0$ ,

on voit que (22) reste vraie par continuité. Lorsque M vient sur  $\Sigma$ , et à condition que  $\Sigma$  possède un plan tangent en M, on doit remplacer le membre de gauche de (22) par  $2\pi \Phi_d(M)$ .

Pour éliminer dans (22) soit les sources, soit les doublets, on introduit une fonction  $\Phi_i(S_i)$ ,  $S_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ , définie dans  $\mathfrak{C}^-$ , harmonique dans ce domaine.

En appliquant la formule de Green à  $\Phi_i(S_i)$  et  $\varphi_{d1}(S_i, M)$ , on trouve que :

$$0 = \iint_{\Sigma} \left\{ \Phi_i(S_i) \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial n_{S_i}}(S_i, M) - \varphi_{d1}(S_i, M) \frac{\partial \Phi_i}{\partial n_{S_i}}(S_i) \right\} d\Sigma(S_i)$$

$\rightarrow$   $n_{S_i}$  étant dirigée vers  $\mathfrak{C}^+$ .

Ajoutons (22) à la dernière égalité. Nous trouvons :

$$(23) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ \Phi_i(S_i) - \Phi_d(S) \right] \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial n_S}(S, M) d\Sigma(S) + \iint_{\Sigma} \left[ -\frac{\partial \Phi_i}{\partial n_{S_i}}(S_i) + \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S) \right] \varphi_{d1}(S, M) d\Sigma(S)$$

$S_i$  étant à l'intersection de la face intérieure de  $\Sigma$  avec la normale à  $\Sigma$  en S.

#### Elimination des doublets

On peut toujours trouver une fonction  $\Phi_i$  et une seule, définie et harmonique dans  $\mathfrak{C}^-$ , vérifiant sur la frontière  $\Sigma$  la condition de Dirichlet :

$$\Phi_i(S_i) = \Phi_d(S) \text{ sur } \Sigma.$$

Dans ce cas (23) devient :

$$(24) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ -\frac{\partial \Phi_i}{\partial n_{S_i}}(S_i) + \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S) \right] \varphi_{d1}(S, M) d\Sigma(S)$$

#### Elimination des sources

On peut toujours trouver une fonction  $\Phi_i$  et une seule, définie et harmonique dans  $\mathfrak{C}^-$ , vérifiant sur  $\Sigma$  la condition de Neumann :

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial n_{S_i}}(S_i) = \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_S}(S) = V_0 \cos(\vec{n}_S, \vec{r})$$

$$\text{si } \iint_{\Sigma} \frac{\partial \Phi_i}{\partial n_{S_i}}(S_i) d\Sigma(S_i) = 0$$

ce qui est facilement vérifiable. Dans ce cas (23) devient :

$$(25) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ \Phi_i(S_i) - \Phi_d(S) \right] \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial n_S}(S, M) d\Sigma(S)$$

Lorsque M vient sur la face extérieure de  $\Sigma$ , (24) reste vraie, tandis que le membre de gauche de (25) doit être remplacé par  $2\pi [\Phi_d(M) + \Phi_i(M_i)]$ .

#### 4.2 — Ecoulement tridimensionnel. Cas du corps flottant

On a :

$$\iint_{\Sigma^*} \left( \Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \zeta} - \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \zeta} \right) d\xi d\eta = -\frac{1}{K_0} \oint_{\mathfrak{C}^*} \left( -\Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} + \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \right) d\eta + \frac{1}{K_0} \oint_{ABCD} \left( -\Phi_d \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} + \varphi_{d1} \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \right) d\eta$$

L'intégrale sur le contour ABCD tend vers zéro quand les segments AB et CD s'éloignent à l'infini. On a finalement :

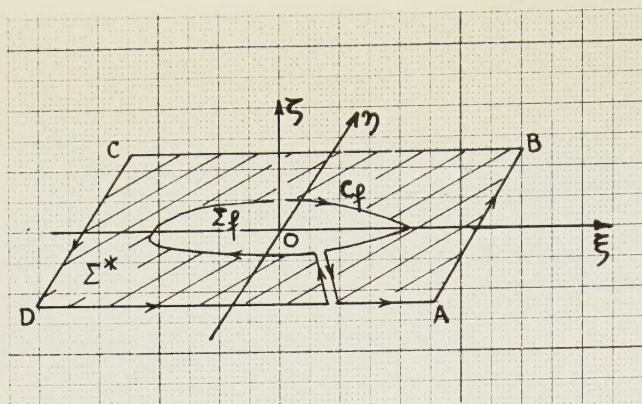


Fig. 8

$$(26) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ -\Phi_d(s) \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial n_s} + \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} \varphi_{d1}(s, M) \right] d\Sigma(s) - \frac{1}{K_0} \oint_{C_f} \left[ -\Phi_d(s) \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial \xi} \varphi_{d1}(s, M) \right] d\eta(s)$$

La formule (26) a été donnée par Vossers [12], puis Breslin [13] notamment.

Nous introduisons une fonction  $\Phi_i(S_i)$ , définie dans  $\mathcal{E}^-$ , harmonique dans  $\mathcal{E}^-$ . Selon les conditions aux limites satisfaites par  $\Phi_i$ , on peut éliminer dans (26) soit les sources sur  $\Sigma$ , soit les doublets.

En effet:

— lorsque  $\Phi_i$  vérifie aux frontières  $\Sigma$  et  $\Sigma_f$  les conditions:

$$\text{Sur } \Sigma, \quad \Phi_i(s_i) = \Phi_d(s)$$

$$\text{Sur } \Sigma_f, \quad \frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial \xi_i} = 0$$

on montre que:

$$(27) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \left[ -\frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial n_{s_i}} + \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} \right] \varphi_{d1}(s, M) d\Sigma(s) + \frac{1}{K_0} \iint_{\Sigma_f} \frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial \xi_i} \frac{\partial \varphi_{d1}(s_i, M)}{\partial \xi_i} d\xi_i d\eta_i(s_i) - \frac{1}{K_0} \oint_{C_f} \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial \xi} \varphi_{d1}(s, M) d\eta(s)$$

— lorsque  $\Phi_i$  vérifie aux frontières les conditions:

$$\text{Sur } \Sigma, \quad \frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial n_{s_i}} = \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} = V_0 \cos(\vec{n}_s, \vec{r})$$

$$\text{Sur } \Sigma_f, \quad \frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial \xi_i} = 0$$

on montre que:

$$(28) \quad 4\pi \Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} [\Phi_i(s_i) - \Phi_d(s)] \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial n_s} d\Sigma(s) + \iint_{\Sigma_f} \Phi_i(s_i) \frac{\partial \varphi_{d1}(s_i, M)}{\partial \xi_i} d\xi_i d\eta_i(s_i) - \frac{1}{K_0} \oint_{C_f} \left[ -\Phi_d(s) \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial \xi} \varphi_{d1}(s, M) \right] d\eta(s)$$

Lorsque M vient sur la face extérieure de  $\Sigma$  (mais non sur le bord extérieur de  $C_f$ ), et à condition que  $\Sigma$  possède un plan tangent en M, (27) reste vraie, tandis que le membre de gauche de (28) doit être remplacé par  $2\pi [\Phi_d(M) + \Phi_i(M)]$ .

### 4.3 — Ecoulement bidimensionnel sans circulation: Equivalence entre un contour complètement immergé et une distribution de sources sur le contour.

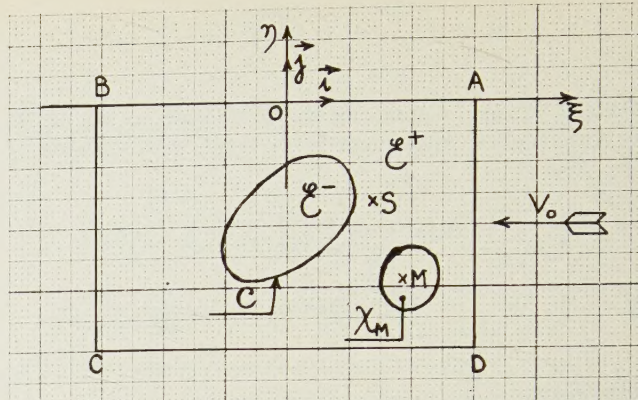


Fig. 9

En écoulement bidimensionnel, le potentiel de dérangement  $\varphi_{d1}(S, M)$  d'une source immergée d'intensité unité est défini par [14]:

$$(29) \quad \varphi_{d1}(s, M) = \log r + \log r' + 2 \left\{ \left( \int_0^\infty \frac{e^{k(y+\eta)} \cos[k(x-\xi)] dk}{k - K_0} \right) + \pi e^{K_0(y+\eta)} \sin[K_0(x-\xi)] \right\}$$

Nous allons évaluer la vitesse de dérangement au point  $M(x, y)$  du domaine fluide. Soient  $\mathcal{E}^-$  le domaine intérieur au contour C,  $\mathcal{E}^+$  le domaine extérieur à un carré ABCD, lequel carré contient C et M. Nous supposons que M n'est ni sur ni sur la droite  $\eta = 0$ .

Entourons M par un cercle de centre M, de rayon  $\varepsilon$ , délimitant le domaine intérieur  $\chi_M$ . Appliquons, dans  $\mathcal{E}^+ - \chi_M$ , la formule de Riemann aux fonctions  $P_1(\xi, \eta)$  et  $Q_1(\xi, \eta)$ , définies par:

$$P_1 = \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi_d}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \eta}$$

$$Q_1 = \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \eta} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_{d1}}{\partial \xi}$$

nous trouvons, en faisant  $\varepsilon \rightarrow 0$  et  $\xi_A \rightarrow +\infty$ ,  $\xi_B \rightarrow -\infty$  et  $\eta_C \rightarrow -\infty$ :

$$(30) \quad 2\pi \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi}(M) = - \oint_C \left[ \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_{d1}(s, M)}{\partial \eta} \right] ds(s)$$

s(S) étant l'abscisse curviligne du point S sur C.

Appliquons dans  $\mathcal{E}^+ - \chi_M$ , la formule de Riemann aux fonctions  $P_2(\xi, \eta)$  et  $Q_2(\xi, \eta)$  définies par:

$$P_2 = - \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} (\varphi_{d1} - 2\log r) - \frac{\partial \Phi_d}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varphi_{d1} - 2\log r)$$

$$Q_2 = \frac{\partial \Phi_d}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varphi_{d1} - 2\log r) - \frac{\partial \Phi_d}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\varphi_{d1} - 2\log r)$$

nous trouvons comme valeurs limites:

$$(31) \quad 2\pi \frac{\partial \Phi_d}{\partial \eta}(M) = \oint_C \left[ \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial \eta} \frac{\partial (\varphi_{d1} - 2\log r)}{\partial \xi}(s, M) + \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} \frac{\partial (\varphi_{d1} - 2\log r)}{\partial \eta}(s, M) \right] ds(s)$$

Nous introduisons une fonction  $\Phi_i(S_i)$ ,  $S_i(\xi_i, \eta_i)$ , définie dans  $\mathcal{E}^-$ , harmonique dans ce domaine.

Lorsque  $\Phi_i$  est déterminée par la condition aux limites Dirichlet:

$$\frac{\partial \Phi_i(s_i)}{\partial n_{s_i}} = \frac{\partial \Phi_d(s)}{\partial n_s} \quad \text{ou} \quad \Phi_i(s_i) = \Phi_d(s) + C e^{K_0 \eta} \quad \text{sur } C$$

montre que la vitesse complexe de dérangement est donnée par :

$$(32) \quad \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \Phi_d \right] (M) = \oint_C \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_s}(s) - \frac{\partial \Phi_v}{\partial n_{sv}}(s) \right] \cdot \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \varphi_{d1} \right] (s, M) \cdot ds(s)$$

$i$  étant dirigée vers  $\mathfrak{C}^+$ .

Lorsque  $\Phi_i$  est déterminée par la condition aux limites de Neumann :

$$\frac{\partial \Phi_v}{\partial n_{sv}}(s) = \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_s}(s) = V_0 \cos(\vec{n}_s, \vec{e}) \quad \text{sur } C,$$

montre que la vitesse complexe de dérangement est donnée par :

$$(33) \quad \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \Phi_d \right] (M) = \oint_C \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\partial \Phi_d}{\partial s}(s) - \frac{\partial \Phi_v}{\partial n_{sv}}(s) \right] \cdot \left[ \left( i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) (\varphi_{d1} - 2 \log r) \right] (s, M) \cdot ds(s)$$

Dans (32), la vitesse de dérangement est engendrée par une distribution de sources dont le potentiel de dérangement est égal à  $\varphi_{d1}$ , tandis que dans (33), cette vitesse est engendrée par une distribution de sources dont la fonction de courant de dérangement est égale à  $(\varphi_{d1} - 2 \log r)$ .

## 5 — Méthode Analogique-Numérique pour la Résolution du Problème du Corps Complètement Immergé

D'après (24) on peut écrire :  $\Phi_d(M) = \iint_{\Sigma} \varpi(s) \cdot \varphi_{d1}(s, M) \cdot d\Sigma(s)$

avec

$$4\pi \varpi(s) = - \frac{\partial \Phi_v}{\partial n_{sv}}(s) + \frac{\partial \Phi_d}{\partial n_s}(s)$$

D'après (11) et (12) on peut décomposer  $\Phi_{d1}$  en deux parties :

$$\Phi_{d1}(M) = \Phi_{d1c}(M) + \Phi_{d1w}(M) \quad \text{avec :}$$

$$(34) \quad \begin{cases} \Phi_{d1c}(M) = \iint_{\Sigma} \varpi(s) \cdot G_c(s, M) \cdot d\Sigma(s) \\ \Phi_{d1w}(M) = \iint_{\Sigma} \varpi(s) \cdot G_w(s, M) \cdot d\Sigma(s) \end{cases}$$

On montre que la fonction  $\Phi_i(M_i)$ ,  $M_i \in \mathfrak{C}^-$ , définie dans (24), est donnée par :

$$\Phi_v(M_v) = \iint_{\Sigma} \varpi(s) \cdot \varphi_{d1}(s, M_v) \cdot d\Sigma(s)$$

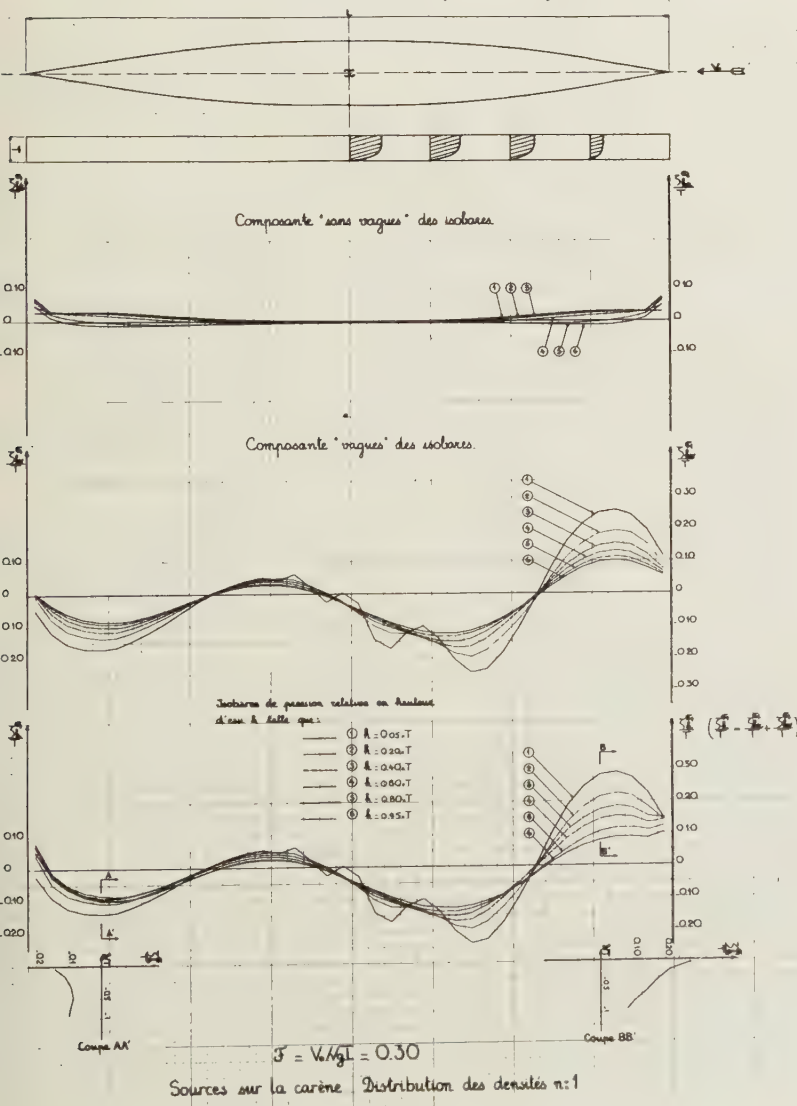


Fig. 10

On peut donc décomposer aussi  $\Phi_i$  en deux parties :

$$(35) \quad \begin{cases} \Phi_{i\tau}(M_i) = \iint_{\Sigma} \mathcal{G}_{\tau}(S) \cdot G_{\tau}(S, M_i) \cdot d\Sigma(S) \\ \Phi_{iw}(M_i) = \iint_{\Sigma} \mathcal{G}_w(S) \cdot G_w(S, M_i) \cdot d\Sigma(S) \end{cases}$$

Lorsque  $S$  est sur  $\Sigma$ ,  $G_w(S, M)$  est définie et harmonique pour tout  $M$  du domaine ( $z \leq 0$ ).  $\Phi_{iw}$  est le prolongement analytique de  $\Phi_{dw}$  dans  $\mathcal{G}^-$ . Par conséquent :

$$(36) \quad 4\pi \mathcal{G}(S) = - \frac{\partial \Phi_{i\tau}}{\partial n_{S_i}}(S_i) + \frac{\partial \Phi_{dw}}{\partial n_S}(S)$$

Pour déterminer  $\sigma$ , il suffit d'étudier  $\Phi_{ir}$  et  $\Phi_{dr}$ .

Ces fonctions étant harmoniques, on a choisi l'analogie rhéoelectrique pour cette étude. Ce choix est d'autant plus justifié que la condition aux limites satisfaite par  $\Phi_{dr}$  dans le plan  $xOy$  est simple :

$$(37) \quad \Phi_{dr}(x, y, 0) = 0$$

Sur la face extérieure de  $\Sigma$ ,  $\Phi_{dr}$  satisfait à :

$$(38) \quad \frac{\partial \Phi_{dr}}{\partial n_M}(M) = V_0 \cos(\vec{n}_M, \vec{\tau}) - \frac{\partial \Phi_{dw}}{\partial n_M}(M)$$

Sur l'hémisphère à l'infini, on a :

$$(39) \quad OM \rightarrow \infty, \quad \overrightarrow{grad}(\Phi_{dr}) \rightarrow 0$$

Sur la face intérieure de  $\Sigma$ ,  $\Phi_{ir}$  satisfait à :

$$(40) \quad \Phi_{ir}(M_i) = \Phi_{dr}(M)$$

En partant d'une densité  $\sigma^0(S)$  telle que

$$\iint_{\Sigma} \sigma^0(S) \cdot d\Sigma(S) = 0,$$

on calcule sur ordinateur la dérivée normale de  $\Phi_{dw}$  en un certain nombre de points sur  $\Sigma$ , ensuite on étudie par analogie  $\Phi_{dr}$  en imposant (37), (38) et (39), puis  $\Phi_{ir}$  en imposant (40), et on calcule une nouvelle densité par (36). Cette nouvelle densité permet de procéder à la deuxième itération...

La méthode a été appliquée avec succès à l'écoulement bidimensionnel autour d'un contour circulaire [15].

## 6 — Solution Approchée pour l'Écoulement Autour d'une Carène de Surface Mince ou Élançée

Lorsque l'inclinaison du plan tangent en un point quelconque de la surface de la carène sur le plan de dérive est petite, on peut prendre le potentiel de dérangement approximativement égal à :

$$(41) \quad \Phi_d(M) \approx \iint_{\Sigma} \frac{1}{4\pi} \cdot V_0 \cos(\vec{n}_S, \vec{\tau}) \cdot \mathcal{G}_{d1}(S, M) \cdot d\Sigma(S)$$

En effet, soit  $\varepsilon = B/L$  le paramètre de finesse de la carène ; on vérifie, dans (26), que la contribution de la distribution superficielle des sources est en  $\varepsilon$ , tandis que les contributions des autres distributions sont en  $\varepsilon^2$ .

Nous posons :

$$(42) \quad \mathcal{G}_1(S) = \frac{1}{4\pi} V_0 \cos(\vec{n}_S, \vec{\tau})$$

$\sigma_1(S)$  est appelée distribution des densités  $n^\circ 1$ .

Lorsque la carène est élançée ( $B/L \sim T/L$ ), on vérifie que (41) reste vraie. Bien entendu, les degrés d'approximation sont différents lorsque la carène est mince et lorsque la carène est élançée.

Nous avons appliqué (41) à l'amphidrome de dimension  $L/B = 10$ ,  $L/T = 25$  et d'équation :

$$y = \pm 0.05 \times \{1 - 0.8285 \times [(2x)^2 + (2x)^4 - (2x)^6] - 0.1715 \times (2x)^8\} \\ \{1 - 0.564 \times (25z)^4 - 0.436 \times (25z)^8\}.$$

La surface de la carène a été découpée en 480 facettes par 40 couples équidistants et 6 lignes d'eau. Les profondeurs rapportées à  $T$ , des 6 lignes d'eau sont : 0.0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.9.

D'après (8), (11) et (12), nous avons décomposé  $\zeta_h \sigma_1$ , hauteur de la surface isobare donnée par la solution approchée (41) en deux parties :

$$\zeta_h^{\sigma_1}(M) = \zeta_{hr}^{\sigma_1}(M) + \zeta_{hw}^{\sigma_1}(M)$$

$$\text{avec} \quad \zeta_{hr}^{\sigma_1}(M) = \frac{V_0}{g} \left[ 2\pi \mathcal{G}_1(M) \cos(\vec{n}_M, \vec{\tau}) + \iint_{\Sigma} \mathcal{G}_1(S) \cdot \frac{\partial \mathcal{G}_{\tau}}{\partial \mathbf{x}}(S, M) \cdot d\Sigma(S) \right]$$

$$\text{et} \quad \zeta_{hw}^{\sigma_1}(M) = \frac{V_0}{g} \iint_{\Sigma} \mathcal{G}_1(S) \cdot \frac{\partial \mathcal{G}_w}{\partial \mathbf{x}}(S, M) \cdot d\Sigma(S)$$

$M$  étant un point sur  $\Sigma$  mais non sur  $C_f$ .

La première partie  $\zeta_{hr} \sigma_1$  est appelée composante «sarrasins» des isobares, et la deuxième partie  $\zeta_{hw} \sigma_1$  composante «vagues».

Seule la deuxième partie dépend du nombre de Froude.

Sur la figure 10, à  $\mathcal{F} = V_0 / \sqrt{gL} = 0.30$ , nous avons tracé  $\zeta_{hr} \sigma_1$ ,  $\zeta_{hw} \sigma_1$  et  $\zeta_h \sigma_1$ .

Sur les figures 11, 12, 13, 14 nous avons tracé la composante «vagues» des isobares  $\zeta_{hw} \sigma_1$  à  $\mathcal{F} = 0.24, 0.26, 0.28, 0.34$ .

Sur la figure 15, à  $\mathcal{F} = 0.30$ , nous avons tracé les projections des lignes de courant sur le plan longitudinal. Soit  $P$  la projection de  $M$  sur le plan de dérive. La pente de la tangente en  $P$  à la projection de la ligne de courant passant par  $M$  est égale à :

$$\text{pente} \approx - \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\partial \Phi_d}{\partial y}(M)$$

$$\text{avec} \quad \frac{\partial \Phi_d}{\partial y}(M) = 2\pi \mathcal{G}_1(M) \cos(\vec{n}_M, \vec{k}) + \iint_{\Sigma} \mathcal{G}_1(S) \cdot \frac{\partial \mathcal{G}_{d1}}{\partial y}(S, M) \cdot d\Sigma(S)$$

Sur cette figure, nous avons représenté aussi la projection de l'isobare de pression relative  $0.05 \times T$ . Cette courbe, translaturée vers le haut d'une longueur égale à  $0.05 \times T$ , devra donner très sensiblement la projection de la surface libre.

Sur la figure 16, on a comparé le coefficient de résistance  $X/0.5 \times \varrho \times V_0^2 \times A_m$  ( $A_m$  étant l'aire de la surface mouillée) avec le coefficient de la résistance calculée d'après Michell et le coefficient de la résistance résiduelle expérimentale (les mesures ont été effectuées par Weinblum [16]). Les courbes  $X$  et «résistance d'après Michell» ont été portées à partir de la courbe de frottement.

## 7 — Conclusion

Dans le but de prévoir la résistance due aux vagues formées par un modèle de carène de surface remorqué à vitesse constante dans un bassin, les résultats numériques obtenus ici permettent d'abord de faire la liaison entre écoulement réel et écoulement théorique autour d'une carène mince.

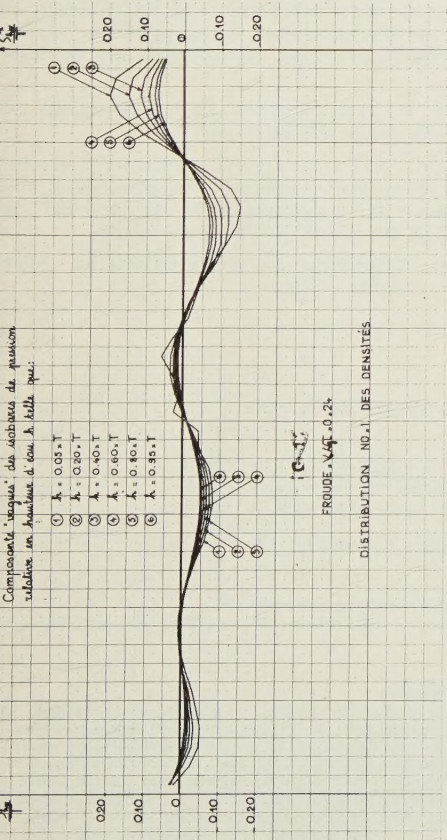


Fig. 11

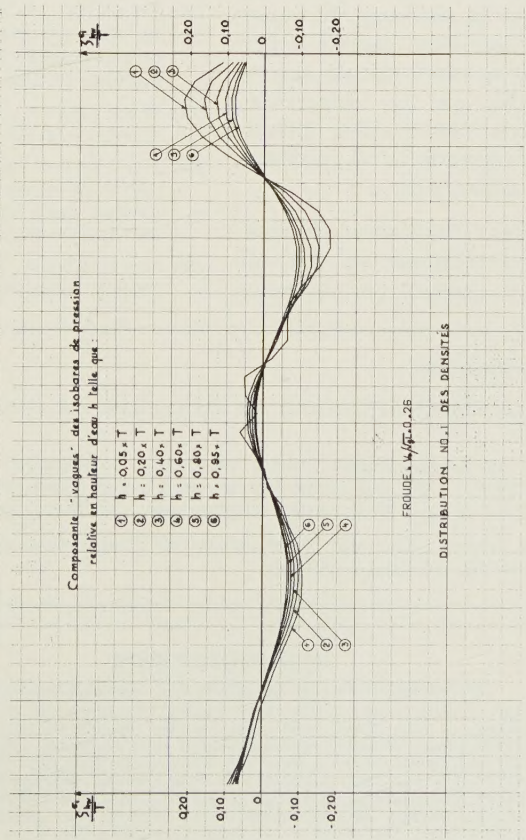


Fig. 12

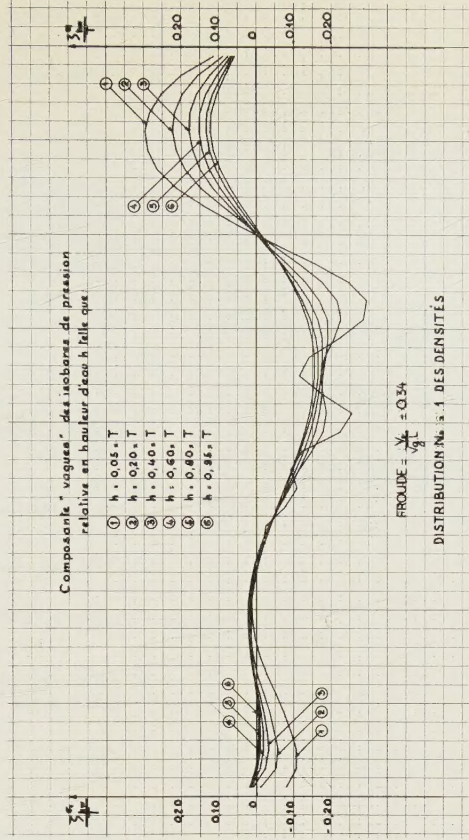


Fig. 14

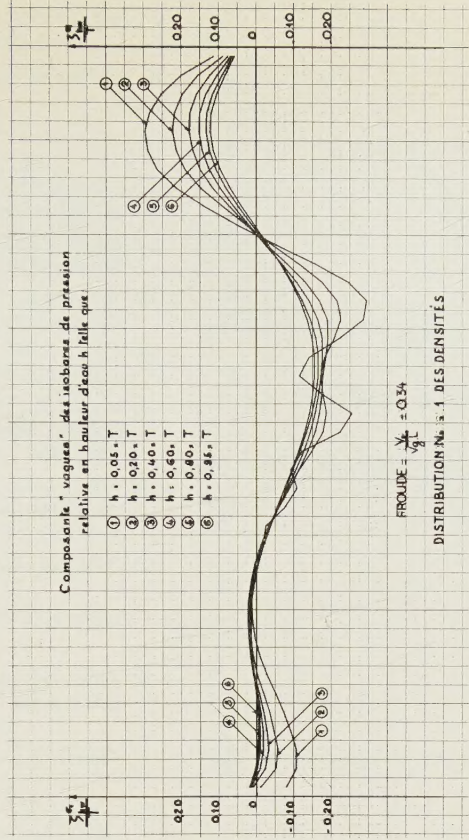


Fig. 13

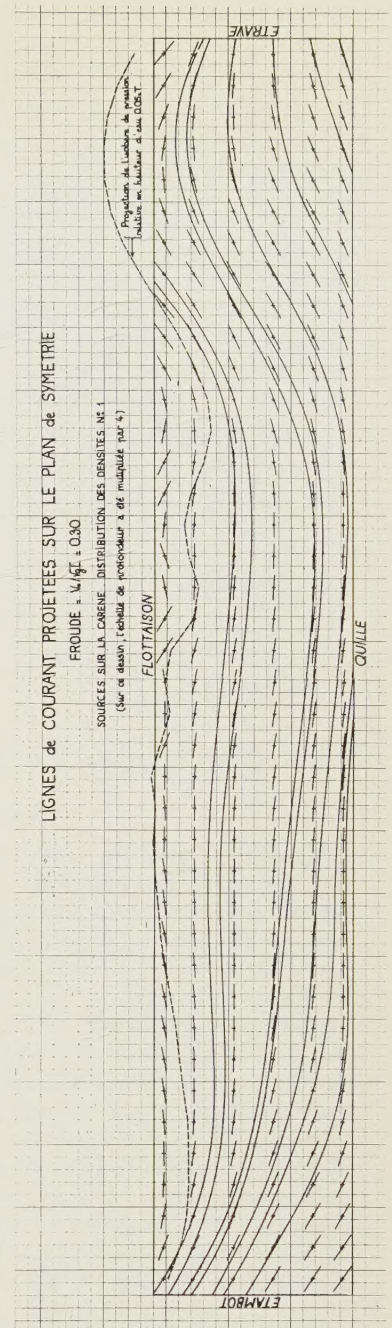


Fig. 15

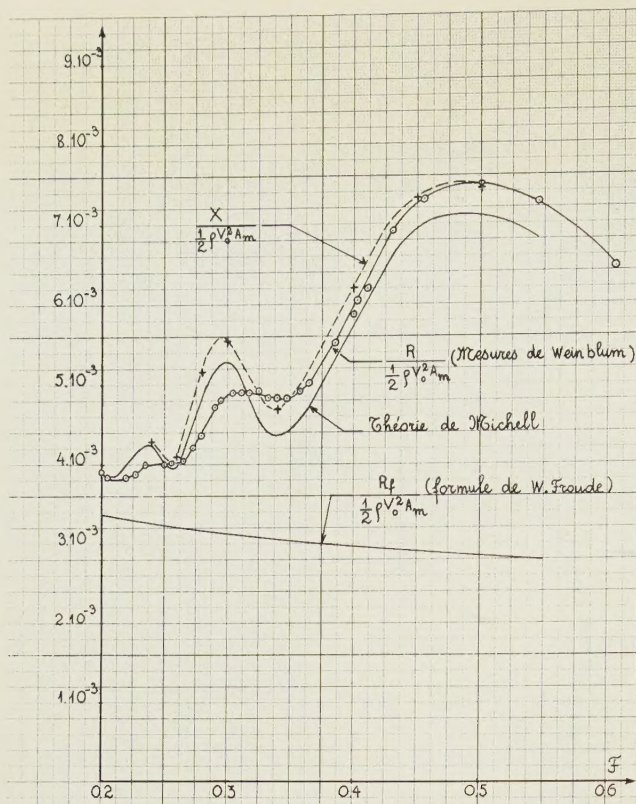


Fig. 16

En effet, le calcul sur ordinateur de la solution approchée (41) permet de déterminer non seulement la résistance de vagues, mais aussi les caractéristiques locales (vitesse, pression, direction de la ligne fluide) en un nombre suffisant de points sur la carène. En comparant les pressions calculées et les pressions mesurées au bassin, on pourra évaluer localement l'influence de la viscosité sur les pressions théoriques (cette influence n'est probablement importante que vers l'arrière du modèle, là où la couche limite est la plus large) et par conséquent l'influence de la viscosité sur la résistance de vagues théorique. Divers chercheurs ont auparavant comparé le profil des vagues relevé sur le modèle et les profils calculés suivant différentes théories, il nous semble que la comparaison, portant sur toute la surface de carène, entre pression et direction de la ligne fluide calculées et les mesures de ces grandeurs apporte un complément à ce qui est déjà acquis.

Il sera certainement possible, grâce à l'ordinateur, de déterminer numériquement l'écoulement théorique (et non une approximation seulement de cet écoulement) par résolution

itérative d'une des équations donnant exactement le potentiel de dérangement (équations (26), (27) et (28)). Cette détermination est notamment indispensable lorsqu'on envisagera de faire la correction de non-linéarité sur la condition à la surface libre.

## References

- [1] Lord Kelvin: On Ship Waves (Proc. the Inst. of Mechanical Engineers 1887).
- [2] Havelock, T. H.: The Wave Pattern of a Doublet in a Stream (Proc. Royal Society. A. Vol. 121 — 1928 London).
- [3] Wigley, W. C. S.: L'état actuel des calculs de résistance de vagues (A.T.M.A. n° 48 — 1949 — Paris).
- [4] Inui, T.: Wave-making Resistance of Ships (Trans. S.N.A.M.E. Vol. 70 — 1962 — New York).
- [5] Yim, B.: On Ships with Zero and Small Wave Resistance (Intern. Seminar on Theoretical Wave Resistance, Vol. 3 — 1932—1079 — 1963.)
- [6] Katchin, N. E.: On the Wave-Making Resistance and Lift on Bodies submerged in Water (1937) (Techn. and Res. Bulletin n° 1-8 — S.N.A.M.E. — 1951 — New York).
- [7] National Physical Laboratory (Teddington, Middlesex, England). Ref. Ma/16/1502. Tables of  $\int_0^{\pi/2} e^{-a^2 \sec^2 \theta} \cos(\beta \sec \theta) \sec^3 \theta d\theta$
- [8] Admiralty Research Laboratory (Teddington, Middlesex, England). A.R.L. / T. 9 / Maths 2.7. Tables of  $\int_0^{\pi/2} e^{-a^2 \sec^2 \theta} \frac{\cos(\beta \sec \theta) \sec^n \theta}{\sin \theta} d\theta$
- [9] Gadd, G. E.: Ship Wavemaking in Theory and Practice (Trans. R.I.N.A. Vol 111 — 1969 — London).
- [10] Malavard, L.: Application des analogies électriques à la solution de quelques problèmes d'hydrodynamique. (Publ. Scient. et Techn. du Ministère de l'Air — 1934 Paris.)
- [11] Lunde, J. K.: A Note on the Linearized Theory of Wave Profile and Wave Resistance Calculations (University of California — 1957 Berkeley).
- [12] Vossers, G.: Some Applications of the Slender Body Theory in Ship Hydrodynamics (Publ. 214. The Netherlands Ship Model Basin. Waveningen — Holland).
- [13] Breslin, J. P.: A New Interpretation of Wave Resistance of Point Sources moving at constant Speed below the Surface of an infinitely deep Fluid (Techn. Memorandum 144. Davidsohn Laboratory 1965).
- [14] Wehausen, J. V., et Laitone, E. V.: Handbuch der Physik, 9, pp 489—491, 1961 S. Flügge Editor.
- [15] Nguyen Trieu, D., Fruman, D., et Luu, T. S.: Sur une méthode de calcul des écoulements bidimensionnels avec surface libre autour des corps immergés. (C. R. Acad. des Sciences de Paris, T. 266, pp. 382—385, Série A — 1968.)
- [16] Weinblum, G.: Schiffsform und Wellenwiderstand (Jahrbuch Schiffb. Gesellsch., Band 33 — 1932).

## An unsere Bezieher

1972 wird die SCHIFFSTECHNIK von fünfmaligem auf viermaliges Erscheinen umgestellt.

Durch die im Laufe dieses Jahres weiterhin beträchtlich gestiegenen Herstellungskosten — die bei einer wissenschaftlichen Zeitschrift besonders hoch liegen — wird es aber leider nicht möglich sein, den Bezugspreis zu reduzieren.

Wir bitten unsere Leser um Verständnis für diese notwendige Anpassung an die gegenwärtige Preisentwicklung.

## SCHIFFSTECHNIK

### Forschungshefte für Schiffbau und Schiffsmaschinenbau

Verlag: Schiffsverlag „Hansa“ C. Schroedter & Co., Hamburg 11, Stubbenhuk 10. Tel. Sa.-Nr. 36 49 81. — Schriftleitung: Prof. Dr.-Ing. Kurt Wendel, Hamburg. — Alle Zuschriften sind an den obigen Verlag zu richten. — Unaufgefordert eingesandte Manuskripte werden nur auf ausdrücklichen Wunsch zurückgesandt. — Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des Verlages. — Die SCHIFFSTECHNIK erscheint fünfmal jährlich. Abonnementspreise: Inland: jährlich DM 39,25 einschl. Versandkosten; Ausland: jährlich DM 38,40 einschl. Versandkosten. Der Abonnementspreis ist im voraus zu zahlen; zahlbar innerhalb 30 Tagen nach Rechnungseingang. Einzelpreis: DM 8,20 einschl. Netto-Umsatzsteuer zuzüglich Vorverlegen. — Anzeigenleitung: Irmgard Dahl, Hamburg. — Anzeigenpreisliste Nr. 6. — Der Auftraggeber von Anzeigen trägt die volle Verantwortung für den Inhalt der Anzeigen. Der Verlag lehnt jede Haftung ab. — Bankkonto: Vereinsbank, Abteilung Hamburg Nr. 141 87. — Höhe Gewalt entbindet den Verlag von jeder Lieferungsverpflichtung. — Erfüllungsort und Gerichtsstand Hamburg. — Druck: Schroedter & Hauer, Hamburg 1.



